Maple在高階偏微分值求解問題上的應用

余啟輝
南榮技術學院通識教育中心
台南市鹽水區朝琴路 178 號
E-mail：chiihuei@mail.njtc.edu.tw

摘要

本篇論文是利用數學軟體Maple做為輔助工具來研究某種多變數函數的高階偏微分值求解問題。我們利用二項級數定理和逐項微分定理可以得到此種多變數函數的任意階偏導函數，因此大大降低了求解它們高階偏微分值的困難度。另一方面，我們舉出兩個多變數函數實際的計算它們的高階偏微分值，而這些高階偏微分值的答案都是以無窮級數的型式呈現的。我們採取的研究方式是先用手算把答案求出來，然後利用Maple驗證結果。這種方式不僅可以讓我們發現演算錯誤的地方，還可以幫助我們修正原先思考的方向，因為我們可以從手算和Maple計算兩者的一致性驗證我們理論的正確性。因此Maple 可以帶給我們解題的靈感以及指引我們找到解決問題的方法。

關鍵字：*高階偏微分值、二項級數定理、逐項微分定理、無窮級數、Maple* 。

1. 前言

電腦代數系統(Computer Algebra System，簡稱CAS)已經廣泛應用在數學和科學的研究上，藉由電腦的快速運算與美麗親和的圖形介面，讓數學和科學的研究增加了無限的想像力。而數學軟體Maple可以說是CAS領域裡的翹楚，它在數學運算系統中佔有舉足輕重的地位。Maple這套軟體的優越性在於它的指令簡單而且容易學習，可以讓從事數學和科學研究的人省去許多學習電腦程式語言的時間，將大部分的精神投入問題的研究上。另一方面透過Maple的數值和符號運算，將思考邏輯轉換成一系列的指令，經由Maple的運算結果來修正先前推論和思考的方向，形成一種反饋。因為這種反饋是直接而具建設性的，因此可以增進我們對問題的了解以及培養研究的興趣。想要對Maple更進一步的認識，可以經由Maple所提供的線上求助系統來查詢，或者前往Maple的網站www.maplesoft.com參觀瀏覽，相信會有許多意想不到的收穫;至於Maple的一些指令和使用方法的說明，可以參考(洪維恩，2000 & 2001； Abell & Braselton, 2005；Corless, 1994； Garvan, 2001； Heck, 2003； Richards, 2002) 。

在微積分和工程數學的課程裡有關多變數函數的偏微分計算是一項重要的課題，有關這方面的書籍可以參閱(Griewank & Walther, 2008； Lang, 1983； Widder, 1961)，論文可以參考(Bischof, Corliss & Griewank, 1993； Fraenkel, 1978； Hardy, 2006； Ma, 2009； Richard, 1992) 。本篇文章主要是研究 n 變數函數 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\dfrac{\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i}}{\left(\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}+a\right)^m}$ 的高階偏微分值求解問題(其中 a 為實數，m,n 為正整數且 p_i,q_i 都是非負整數，對所有 $i=1,\ldots,n$)，我們利用二項級數定理(binomial series theorem)和逐項微分定理(differentiation term by term theorem)可以求出此種類型多變數函數的任意階偏導函數，也就是本文的主要結果－定理

H，因此大大降低了求解它們高階偏微分值的困難度。我們採取的研究方式是先經過手算的過程把答案求出來，然後利用 Maple 驗證我們的結果，這種研究方式不僅讓我們隨時發現演算錯誤的地方，還可以幫助我們修正原先思考和推論的方向，因為從我們手算得到的結果和經由 Maple 計算得到的答案兩者是否一致就可以驗證我們理論的正確性。所以說 Maple 可以帶給我們解題的靈感以及指引我們找到解決問題的方法，這句話一點也不為過。此外，有關 Maple 在單變數函數微分問題上的應用可以參考 (余啟輝，2012a, 2012b, 2012c, 2012d, 2012e, 2012f, 2012g, 2012h, 2012i)。

此外我們舉出兩個多變數函數的例子，利用定理 H 實際的計算它們的一些高階偏微分值，並且利用 Maple 檢驗答案的正確性。首先例題 1 我們探討兩變數函數 $f(x_1,x_2)=\dfrac{x_1^{8}x_2^{10}}{(x_1^{7}x_2^{3}+5)^3}$ 的偏微分問題，利用定理 H 的(a)得到此函數在 $\left(-\frac{1}{2},4\right)$ 的 10 階偏微分值 $\dfrac{\partial^{10}f}{\partial x_2^{6}\partial x_1^{4}}\left(-\frac{1}{2},4\right)=\dfrac{1}{125}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+2}{2}\left(-\frac{1}{5}\right)^{k}\left(-\frac{1}{2}\right)^{7k+4}$ $\cdot 4^{3k+4}\cdot(7k+8)_4\cdot(3k+10)_6\cong 5.727\cdot 10^{10}$。其次利用定理 H 的(b)我們可以求出 $f(x_1,x_2)$ 在 $(2,-3)$ 的 13 階偏微分值 $\dfrac{\partial^{13}f}{\partial x_2^{5}\partial x_1^{8}}(2,-3)=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+2}{2}(-5)^{k}\cdot 2^{-21-7k}\cdot(-3)^{-4-3k}\cdot(-13-7k)_8\cdot(1-3k)_5$ $\cong -2532.49$。接著例題 2 我們研究三變數函數 $g(x_1,x_2,x_3)=\dfrac{x_1^{7}x_2^{3}x_3^{6}}{(x_1^{5}x_2^{2}x_3^{4}-2)^5}$ 的偏微分問題，利用定理 H 的(a)我們可以求出此函數在 $\left(\frac{1}{3},-1,-2\right)$ 的 13 階偏微分值 $\dfrac{\partial^{13}g}{\partial x_3^{2}\partial x_2^{6}\partial x_1^{5}}\left(\frac{1}{3},-1,-2\right)=$ $\dfrac{-1}{32}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{k}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{5k+2}(-1)^{2k-3}(-2)^{4k+4}\cdot(5k+7)_5(2k+3)_6(4k+6)_2\cong 2.0185\cdot 10^{10}$。另一方面利用定理 H 的(b)可以得到此函數在 $\left(-\frac{3}{2},-\frac{6}{5},\frac{9}{8}\right)$ 的 17 階偏微分值 $\dfrac{\partial^{17}g}{\partial x_3^{5}\partial x_2^{8}\partial x_1^{4}}\left(-\frac{3}{2},-\frac{6}{5},\frac{9}{8}\right)=$ $\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+4}{4}2^{k}\left(-\frac{3}{2}\right)^{-22-5k}\left(-\frac{6}{5}\right)^{-15-2k}\left(\frac{9}{8}\right)^{-19-4k}(-18-5k)_4(-7-2k)_8(-14-4k)_5\cong -8.6067\cdot 10^{11}$。

2. 主要的理論

接著我們介紹本文中用到的符號和定理：

符號： (i) 定義 $\prod_{i=1}^{n}\lambda_i^{j_i}=\lambda_1^{j_1}\lambda_2^{j_2}\cdots\lambda_n^{j_n}$。

(ii) n 變數函數 $f(x_1,x_2,\cdots x_n)$ 同時對每個變數 x_i 做 j_i 次偏微分(partial derivatives)的符號記作

$$\frac{\partial^{j_1+j_2+\cdots+j_n}f}{\partial x_n^{j_n}\cdots\partial x_2^{j_2}\partial x_1^{j_1}}(x_1,x_2,\cdots x_n)\text{。}$$

(iii)設 t 為實數且 p 為正整數，定義 $(t)_p=t(t-1)\cdots(t-p+1)$； 而 $(t)_0=1$。

以下是本文用到的兩個重要定理，我們可以參考 (Apostol, 1975, p244 & p230)：

二項級數定理：設 a, x 為實數且 $|x|<1$,則 $(1+x)^a = \sum_{k=0}^{\infty}\binom{a}{k}x^k$ ，其中 $\binom{a}{k} = \frac{a(a-1)(a-2)\cdots(a-k+1)}{k!}$ ，對所有正整數 k； 而 $\binom{a}{0}=1$ 。

逐項微分定理：如果對所有非負整數 k ，函數 $g_k:(a,b)\to R$ 滿足下列三個條件：(i)存在一點 $x_0\in(a,b)$ 使得 $\sum_{k=0}^{\infty}g_k(x_0)$ 收斂，(ii)所有函數 $g_k(x)$ 在開區間 (a,b) 都可以微分，(iii) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{d}{dx}g_k(x)$ 在 (a,b) 上均勻收斂 (uniformly convergent) 。則 $\sum_{k=0}^{\infty}g_k(x)$ 在開區間 (a,b) 上均勻收斂而且可以微分，其微分 $\frac{d}{dx}\sum_{k=0}^{\infty}g_k(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{d}{dx}g_k(x)$ 。

接著是本文的主要結果，我們求出某種多變數函數的任意階偏導函數：

定理 H: 假設 a 為實數， m,n 為正整數且 p_i, q_i 都是非負整數，對所有 $i=1,...,n$ 。設 n 變數函數

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\frac{\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i}}{\left(\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}+a\right)^m}$$

，其中 $\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\neq\pm a$ 。(a)若 $\left|\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right|<|a|$ ，則 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的 $j_1+j_2+\cdots+j_n$ 階偏導函數 $\frac{\partial^{j_1+j_2+\cdots+j_n}f}{\partial x_n^{j_n}\cdots\partial x_2^{j_2}\partial x_1^{j_1}}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

$$=\frac{1}{a^m}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}\left(-\frac{1}{a}\right)^k\cdot\prod_{i=1}^{n}(p_ik+q_i)_{j_i}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i+p_ik-j_i}$$

；(b)若 $\left|\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right|>|a|$ ，則

$$\frac{\partial^{j_1+j_2+\cdots+j_n}f}{\partial x_n^{j_n}\cdots\partial x_2^{j_2}\partial x_1^{j_1}}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}(-a)^k\cdot\prod_{i=1}^{n}(q_i-p_ik-p_im)_{j_i}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i-p_ik-p_im-j_i}$$

。

證明： (a)若 $\left|\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right|<|a|$ ，則 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

$$=\frac{1}{a^m}\cdot\frac{\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i}}{\left(\frac{1}{a}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}+1\right)^m}$$

$$=\frac{1}{a^m}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i}\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{k}(-1)^k\left(\frac{1}{a}\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right)^k \quad \text{(利用二項級數定理)}$$

$$=\frac{1}{a^m}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}\left(-\frac{1}{a}\right)^k\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_ik+q_i} ,$$

利用逐項微分定理得到此函數的 $j_1+j_2+\cdots+j_n$ 階偏導函數 $\frac{\partial^{j_1+j_2+\cdots+j_n}f}{\partial x_n^{j_n}\cdots\partial x_2^{j_2}\partial x_1^{j_1}}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

$$=\frac{1}{a^m}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}\left(-\frac{1}{a}\right)^k\cdot\prod_{i=1}^{n}(p_ik+q_i)_{j_i}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i+p_ik-j_i}$$ 。

(b)若 $\left|\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right|>|a|$ ，則 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

$$=\frac{\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i}}{\left(\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}\right)^m}\cdot\left(\frac{a}{\prod_{i=1}^{n}x_i^{p_i}}+1\right)^{-m}$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}(-a)^k\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i-p_ik-p_im}\quad\text{(利用二項級數定理)}$$

利用逐項微分定理得到此函數的 $j_1+j_2+\cdots+j_n$ 階偏導函數 $\frac{\partial^{j_1+j_2+\cdots+j_n}f}{\partial x_n^{j_n}\cdots\partial x_2^{j_2}\partial x_1^{j_1}}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{m+k-1}{m-1}(-a)^k\cdot\prod_{i=1}^{n}(q_i-p_ik-p_im)_{j_i}\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{q_i-p_ik-p_im-j_i}$$ ■

3. 例子說明

以下針對本文所探討的多變數函數的偏微分問題，舉出兩個例子實際的利用定理 H 來求這些函數的一些高階偏微分值，而這些高階偏微分值的答案都是以無窮級數的型式呈現的，並且我們利用 Maple 驗證答案的正確性。首先我們研究兩變數函數的高階偏微分值求解問題：

例題 1： 設兩變數函數 $f(x_1,x_2)=\frac{x_1^8x_2^{10}}{(x_1^7x_2^3+5)^3}$ ，利用定理 H 的(a)得到此函數在 $\left(-\frac{1}{2},4\right)$ 的 10 階偏微分值 $\frac{\partial^{10}f}{\partial x_2^6\partial x_1^4}\left(-\frac{1}{2},4\right)=\frac{1}{125}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+2}{2}\left(-\frac{1}{5}\right)^k\left(-\frac{1}{2}\right)^{7k+4}\cdot 4^{3k+4}\cdot(7k+8)_4\cdot(3k+10)_6$ ，接著我們利用 Maple 算出 $\frac{\partial^{10}f}{\partial x_2^6\partial x_1^4}\left(-\frac{1}{2},4\right)$ 和它的無窮級數解的近似值來驗證答案：

```
>f:=(x1,x2)->(x1^8*x2^10)/(x1^7*x2^3+5)^3;
```

$$f:=(x1,x2)\to\frac{x1^8\,x2^{10}}{(x1^7\,x2^3+5)^3}$$

```
>evalf(D[1$4,2$6](f)(-1/2,4),20);
```

$$5.7270297841591418775\cdot 10^{10}$$

```
>evalf(1/125*sum((k+2)!/(k!*2!)*(-1/5)^k*(-1/2)^(7*k+4)*4^(3*k+4)*product(7*k+8-i,i=0..3)*product(3*k+10-j,j=0..5),k=0..infinity),20);
```

$$5.7270297841591418775 \cdot 10^{10}$$

另一方面利用定理 H 的(b)可以得到此函數在 (2,–3) 的 13 階偏微分值 $\frac{\partial^{13} f}{\partial x_2{}^5 \partial x_1{}^8}(2,-3) =$

$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+2}{2} (-5)^k \cdot 2^{-21-7k} \cdot (-3)^{-4-3k} \cdot (-13-7k)_8 \cdot (1-3k)_5$，我們利用 Maple 算出 $\frac{\partial^{13}}{\partial x_2{}^5 \partial x_1{}^8} f(2,-3)$ 和它的無窮級數解的近似值來檢驗答案：

>evalf(D[1$8,2$5](f)(2,-3),20);

$$-2532.4917172519942046$$

>evalf(sum((k+2)!/(k!*2!)*(-5)^k*2^(-21-7*k)*(-3)^(-4-3*k)*product(-13-7*k-i,i=0..7)*product(1-3*k-j,j=0..4), k=0..infinity),20);

$$-2532.4917172519942046$$

接著我們探討三變數函數的高階偏微分值求解問題：

例題 2：設三變數函數 $g(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1{}^7 x_2{}^3 x_3{}^6}{(x_1{}^5 x_2{}^2 x_3{}^4 - 2)^5}$，由定理H的(a)得到此函數在 $\left(\frac{1}{3},-1,-2\right)$ 的13階偏微分值 $\frac{\partial^{13} g}{\partial x_3{}^2 \partial x_2{}^6 \partial x_1{}^5}\left(\frac{1}{3},-1,-2\right) = \frac{-1}{32} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+4}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5k+2} (-1)^{2k-3} (-2)^{4k+4} \cdot (5k+7)_5 (2k+3)_6 (4k+6)_2$

，接著我們利用 Maple 算出 $\frac{\partial^{13} g}{\partial x_3{}^2 \partial x_2{}^6 \partial x_1{}^5}\left(\frac{1}{3},-1,-2\right)$ 及其無窮級數解的近似值來印證答案：

>g:=(x1,x2,x3)->(x1^7*x2^3*x3^6)/(x1^5*x2^2*x3^4-2)^5;

$$g := (x1, x2, x3) \rightarrow \frac{x1^7\, x2^3\, x3^6}{\left(x1^5\, x2^2\, x3^4 - 2\right)^5}$$

>evalf(D[1$5,2$6,3$2](g)(1/3,-1,-2),20);

$$2.0185243353342223152 \cdot 10^{10}$$

>evalf(-1/32*sum((k+4)!/(k!*4!)*(1/2)^k*(1/3)^(5*k+2)*(-1)^(2*k-3)*(-2)^(4*k+4)*product(5*k+7-i,i=0..4)* product(2*k+3-j,j=0..5)*product(4*k+6-p,p=0..1),k=0..infinity),20);

$$2.0185243353342223152 \cdot 10^{10}$$

其次利用定理 H 的(b)可以得到此函數在 $\left(-\frac{3}{2},-\frac{6}{5},\frac{9}{8}\right)$ 的 17 階偏微分值 $\frac{\partial^{17} g}{\partial x_3{}^5 \partial x_2{}^8 \partial x_1{}^4}\left(-\frac{3}{2},-\frac{6}{5},\frac{9}{8}\right) =$

$\sum_{k=0}^{\infty}\binom{k+4}{4}2^k\left(-\frac{3}{2}\right)^{-22-5k}\left(-\frac{6}{5}\right)^{-15-2k}\left(\frac{9}{8}\right)^{-19-4k}(-18-5k)_4(-7-2k)_8(-14-4k)_5$，接著我們利用 Maple 算出 $\frac{\partial^{17}g}{\partial x_3{}^5\partial x_2{}^8\partial x_1{}^4}\left(-\frac{3}{2},-\frac{6}{5},\frac{9}{8}\right)$ 及其無窮級數解的近似值來驗證答案：

>evalf(D[1$4,2$8,3$5](g)(-3/2,-6/5,9/8),20);

$$-8.6067447056347820289\cdot 10^{11}$$

>evalf(sum((k+4)!/(k!*4!)*2^k*(-3/2)^(-22-5*k)*(-6/5)^(-15-2*k)*(9/8)^(-19-4*k)*product(-18-5*k-i,i=0..3)*product(-7-2*k-j,j=0..7)*product(-14-4*k-p,p=0..4),k=0..infinity),20);

$$-8.6067447056347820289\cdot 10^{11}$$

4. 結論

由以上的兩個例子可以知道定理H是求解本文所探討的多變數函數高階偏微分值求解問題的主要理論依據，並且我們看到二項級數定理和逐項微分定理在我們理論推導中佔有舉足輕重的地位。事實上這兩個定理的應用極為廣泛，許多困難的問題利用它們都可以迎刃而解，我們會陸續發表關於這方面的論文。另一方面我們看到Maple在輔助解題上扮演著重要的角色，未來我們會繼續將觸角延伸到多重積分的問題上，並且利用Maple發展出新的方法來解決這些問題。

參考文獻

余啟輝 (2012a)。Maple 的應用－以兩種函數的導函數閉合型式解求法為例子。WCE 2012 民生電子研討會，虎尾科技大學 (被接受)。

余啟輝 (2012b)。Maple 的應用—以有理函數的微分問題為例子。2012 光電與通訊工程研討會，高雄應用科技大學。

余啟輝 (2012c)。Maple 的應用－以兩種特別函數的微分問題為例子。MC2012 第十七屆行動計算研討會，長庚大學、交通大學。

余啟輝 (2012d)。Maple 的應用－以求解某種類型有理函數的高階微分值為例子。DLT2012 數位生活科技研討會，雲林科技大學、成功大學，150-153。

余啟輝 (2012e)。Maple 的應用－以三角函數的高階微分值求解問題為例子。ICSSMET2012 安全管理工程技術國際研討會，吳鳳科技大學，469-473。

余啟輝 (2012f)。Maple 在雙曲函數微分問題上的應用。ICSSMET 2012 安全管理與工程技術國際研討會，吳鳳科技大學，481-484。

余啟輝 (2012g)。Maple 在求函數高階微分值問題上的應用。ICIM2012 第 23 屆國際資訊管理學術研討會，高雄大學，MS0287。

余啟輝 (2012h)。Maple 的應用－以正弦和餘弦函數的微分問題為例子。屏東台東澎湖地區大專校院第五屆通識教育聯合學術通識課程發展學術研討會，永達技術學院，197-207。

余啟輝 (2012i)。Maple 的應用—以一些周期函數的微分問題為例子。IETAC 2012 第五屆資訊教育與科技

應用研討會，中台科技大學，D3:11-16。

洪維恩 (2000)。*Maple 在微積分之應用－基礎篇*。台北市：五南圖書出版公司。

洪維恩 (2001)。*數學魔法師 Maple 6* (第二版)。台北市：碁峰資訊公司。

Abell, M. L., & Braselton, J. P. (2005). *Maple by example* (3rd ed.). London：Elsevier Academic Press.

Apostol, T. M. (1975). *Mathematical analysis* (2nd ed.). Massachusetts：Addison-Wesley Publishing Co., Inc.

Bischof, C. H., Corliss, G. & Griewank, A. (1993). Structured second-and higher-order derivatives through univariate Taylor series. *Optimization Methods and Software*, *vol 2*, pp. 211-232.

Corless, R. M. (1994). *Essential Maple*. New York：Springer-Verlag.

Fraenkel, L. E. (1978). Formulae for high derivatives of composite functions. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, *83* : pp. 159-165.

Garvan, F. (2001). *The Maple book.* Florida： Chapman & Hall/CRC.

Griewank, A. & Walther, A. (2008). *Evaluating derivatives*：*principles and techniques of algorithmic differentiation*, 2nd ed., SIAM.

Hardy, M. (2006). Combinatorics of partial derivatives. *The Electronic Journal of Combinatorics 13*, #R1.

Heck, A. (2003). *Introduction to Maple* (3rd ed.). New York：Springer-Verlag.

Lang, S. (1983). *Undergraduate analysis*, Springer-Verlag, chap. 15.

Ma, T-W (2009). Higher Chain formula proved by combinatorics. *The Electronic Journal of Combinatorics 16*, #N21.

Richard, D. N. (1992). An efficient method for the numerical evaluation of partial derivatives of arbitrary order. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, *18*(2), pp. 159-173.

Richards, D. (2002). *Advanced mathematical methods with Maple*. Cambridge：Cambridge University Press.

Widder, D. V. (1961). *Advanced calculus* (2 nd ed.). Englewood Cliffs, N. J.：Prentice-Hall, Inc, chap. 1&4.

Application of Maple on the Evaluation of Higher Order Partial Derivative Values

Chii-Huei Yu

Center of General Education, Nan Jeon Institute of Technology

E-mail: chiihuei@mail.njtc.edu.tw

ABSTRACT

This paper uses the mathematical software Maple for the auxiliary tool to study the evaluation of higher order partial derivative values of some type of multivariable functions. We can obtain any order partial derivatives of this type of multivariable functions using binomial series theorem and differentiation term by term theorem, and hence reducing the difficulty of evaluating their higher order partial derivative values greatly. On the other hand, we propose two multivariable functions to calculate their higher order partial derivative values practically, and the answers of these higher order partial derivative values are presented in infinite series forms. Our research way is to count the answers by hand, and then using Maple to verify the results. This way can not only let us find the calculation errors but also help us to revise the original thinking direction because we can verify the correctness of our theory from the consistency of hand count and Maple calculations. Therefore, Maple can bring us inspiration and guide us to find the problem-solving method.

Keywords: *higher order partial derivative values, binomial series theorem, differentiation term by term theorem, infinite series, Maple.*